

MODE D'UTILISATION DU LOGICIEL HYDROLAB 2018

Ce logiciel a été développé par

J.P. LABORDE

Dr. es Sciences en Hydrologie

Ingénieur hydrogéologue de l'E.N.S.G.

Ingénieur hydraulicien de l'E.N.S.E.E.I.H.T.

Professeur émérite à l'Université de Nice - Sophia Antipolis

et avec l'aide de

N. MOUHOUS

Ingénieur d'Etat en Hydraulique

et

M. ASSABA

Ingénieur géographe

Décembre 2017

RESUME

Hydrolab 2018 est un logiciel libre, développé de façon à résoudre les problèmes les plus fréquemment rencontrés par les hydrologues. Notre volonté a été tout d'abord de créer un outil très simple parfaitement intégré au logiciel EXCEL dont l'utilisation est universelle.

Les « entrées- sorties » étant des feuilles Excel, il est très facile de les personnaliser avec une connaissance minimale de ce tableur. En particulier, il est aisé de modifier la présentation et le format des résultats. On peut ajouter des commentaires libre, la langue dans laquelle les résultats sont présentés peut être changée en ajoutant une colonne traduisant dans la langue de votre choix, la version française.

Les résultats sous forme graphiques ou de tableau sont immédiatement transférables et modifiables sous Word, PowerPoint

Toutes les sources sont fournies sous la forme de macro-commande en basic. Elles peuvent éventuellement être modifiées.

Les principales utilisations concernent :

- les ajustements statistiques (loi de Gauss, log normale, racine normale, loi de Gumbel, loi exponentielle, loi GEV, loi de Poisson) ;
- la détection d'anomalies dans des séries de données par analyse des résidus de régression ;
- les régressions multiples et l'analyse en composantes principales ;
- le comblement de lacunes dans des séries de données.

Vous trouverez également des utilitaires sur :

- la reconstitution des crues à partir des précipitations (différentes fonctions de production, d'hydrogrammes unitaires et de pluies de projet) ;
- le laminage des crues à la traversée de barrages (type et nombre d'évacuateur variables) ;

REMERCIEMENTS

Ce logiciel a été élaboré par J.P. LABORDE. La première version est apparue en 1990 sous Excel 4 ! Par la suite quelques modifications et compléments ont été apportées pour le rendre compatible jusqu'à la version 2005 d'Excel.

Cependant son état actuel doit beaucoup à Nassima MOUHOUS puis à Mohamed ASSABA qui au cours de leurs DEA et thèses à l'UMR 6012 « Espace » du C.N.R.S. ont contribué à rendre cet outil plus convivial.

Nous avons reçu l'appui de l'Université de Nice, pour réaliser et diffuser plus largement une version complétée et compatible avec Excel 2013.

AVERTISSEMENTS

Hydrolab 2018 est un logiciel libre, simple et gratuit. La seule contrepartie demandée est de signaler son utilisation et son origine !

Hydrolab 2018 peut facilement être modifié mais la contrepartie est que les résultats des traitements restent sous la responsabilité des utilisateurs. Nous vous engageons vivement à n'utiliser que la version diffusée sur le site de Polytech'Nice ou sur des sites de confiance.

Afin de préserver la reconnaissance de l'origine de ce travail, Hydrolab est référencé auprès de l'Agence pour la Protection des Programmes



URL du certificat de référencement :

<http://www.legalis.net/cgi-iddn/certificat.cgi?IDDN.FR.010.0075748.000.R.C.1999.027.20700>

Au fur et à mesure, Hydrolab s'enrichit, se perfectionne et se corrige en fonction des utilisations qui en sont faites. Aussi n'hésitez pas à nous faire part des anomalies que vous auriez détectées, des améliorations que vous proposeriez et des développements que vous souhaiteriez, à l'adresse suivante : laborde@unice.fr

SOMMAIRE

Résumé	2
Remerciements.....	3
Avertissements	4
Sommaire.....	5
Introduction	7
I. Installation d'hydrolab 2018.....	8
I.1 Décompresser le dossier Hydrolab2018.....	8
I.2 Autorisez l'utilisation des macros.....	9
I.3 Chargez le Solveur	9
I.4 Ouvrir Hydrolab2018.xlsm.....	9
II. Elements communs aux Statistiques unidimensionnelles	10
II.1 Sélection de la plage de données à traiter	10
II.1.1 Données en colonne sans nom de variable ni d'observation	11
II.1.2 Données en colonne avec nom de variable et sans nom d'observation	12
II.1.3 Données en colonne sans nom de variable mais avec noms d'observations.....	12
II.1.4 Données en colonne avec nom de variable et avec noms d'observations.....	13
II.1.5 Lancement du traitement.....	14
II.2 Les résultats numériques	14
II.2.1 Les paramètres ajustés de la loi de distribution.....	14
II.2.2 La taille de l'échantillon sélectionné et le nombre de données utilisables	14
II.2.3 Le test d'Anderson.....	15
II.2.4 Les intervalles de confiance.....	15
II.2.5 Les noms des observations classées.....	15
II.2.6 Les valeurs numériques observées classées par ordre croissant	15
II.2.7 Les fréquences expérimentales et les variables réduites associées.....	15
II.2.8 Valeurs expérimentales, théoriques et bornes de l'intervalle de confiance	15
II.3 Le graphique d'ajustement	15
II.3.1 En abscisse la variable réduite associée aux fréquences.....	15
II.3.2 En ordonnée les valeurs de la variable aléatoire ou de sa transformée (log, racine.....)	15
II.3.3 Courbe des valeurs expérimentales, théoriques et bornes de l'intervalle de confiance	16
II.3.4 Récapitulatif de l'ajustement.....	16
II.4 Les tableaux d'exploitation probabiliste.....	16
III. spécificités des différentes lois	17
III.1 Loi de Gauss (ou aussi loi normale).....	17
III.1.1 Domaines d'applications de la loi de Gauss.....	17
III.1.2 Compléments techniques.....	17
III.2 Loi de Galton (ou aussi loi log-normale).....	18
III.2.1 Domaines d'applications de la loi de Galton	18
III.2.2 Compléments techniques.....	18
III.3 Loi des fuites	18
III.3.1 Domaines d'applications de la loi des fuites	18
III.3.2 Compléments techniques.....	18

III.4	Loi racine normale	19
III.4.1	Domaines d'applications de la loi racine normale	19
III.4.2	Compléments techniques	19
III.5	Loi de Gumbel	20
III.5.1	Domaines d'applications de la loi de Gumbel	20
III.5.2	Compléments techniques	20
III.6	Loi exponentielle	20
III.6.1	Domaine d'applications de la loi exponentielle.....	20
III.6.2	Compléments techniques	20
III.7	Loi des extrêmes généralisée (GEV ou loi de Jenkinson)	21
III.7.1	Domaine d'applications de la GEV.....	21
III.7.2	Compléments techniques	21

INTRODUCTION

Notre volonté a été tout d'abord de créer un outil très simple parfaitement intégré au logiciel EXCEL dont l'utilisation est universelle. Pour se servir correctement d'Hydrolab, il est donc préférable d'avoir des bases sur l'utilisation de ce tableur.

L'objet d'Hydrolab n'est certainement pas de remplacer des logiciels de statistiques beaucoup plus complets tels qu'on peut en trouver dans le commerce. Par contre son utilisation est des plus simples et des plus rapides. Il présente également une souplesse d'emploi dans la manipulation des données d'entrée et dans la présentation des résultats (graphiques et numériques). Enfin il vous est possible de modifier certains traitements et/ou de les automatiser. C'est un logiciel ouvert !

Avec l'arrivée sur le marché d'EXCEL 2013, et ses profonds changements par rapport aux versions précédentes, il était nécessaire de réaliser une nouvelle version. Ceci a été aussi l'occasion de compléter les traitements proposés et de donner plus de souplesse dans l'organisation des données en entrées.

- Dans la plupart des traitements, on sait a priori que les données seront unidimensionnelles. Hydrolab 2018 permet dans ce cas de sélectionner les données dans n'importe quelle feuille de calcul et de lancer directement le traitement.
- Il est possible d'importer directement les noms des variables et les observations ou de générer automatiquement ces noms, ce qui facilite l'exploitation des résultats.
- Dans les plages de données, il existe parfois des lacunes, aussi Hydrolab 2018 identifie automatiquement ces lacunes (marquées par des blancs ou des caractères alphanumériques), les signale et ne fait de traitement que sur les données réellement utilisables.

Dans ce cas de figure il suffit de sélectionner dans votre feuille les données et éventuellement les noms des observations et/ou variables à traiter et de lancer le traitement désiré.

Pour les données multidimensionnelles, Hydrolab 2018 vous impose une mise en forme du tableau de données. Comme précédemment il suffit de sélectionner dans votre feuille les données et éventuellement les noms des observations et/ou variables à traiter mais vous devrez les coller (collage spécial « valeurs » avec ou sans transposition) dans une feuille modèle où vous pourrez préciser la nature du traitement désiré et/ou la précision souhaitée. Ici aussi les lacunes seront gérées automatiquement.

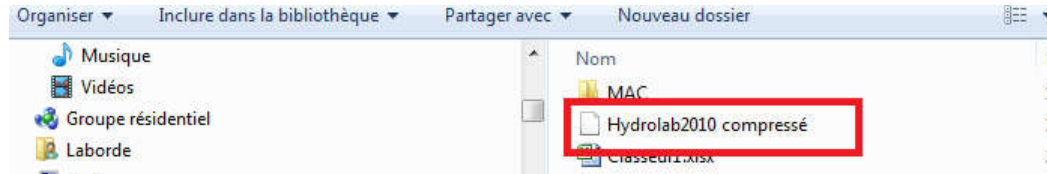
Enfin, Hydrolab 2018 comporte des utilitaires spécifiques et détaillés plus loin, sur :

- la reconstitution des crues à partir des précipitations (différentes fonctions de production, d'hydrogrammes unitaires et de pluies de projet) ;
- le laminage des crues à la traversée de barrages (type et nombre d'évacuateur variables) ;
- l'évaluation des ETP et ETR selon différentes méthodes classiques.

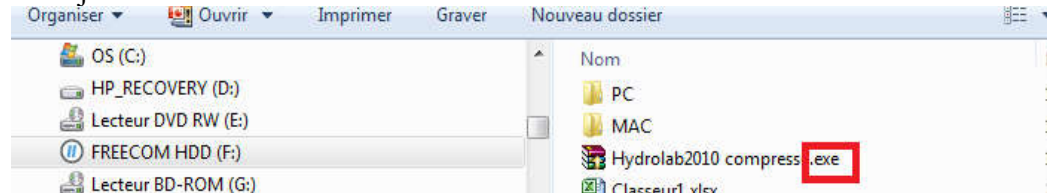
I. INSTALLATION D'HYDROLAB 2018

I.1 Décompresser le dossier Hydrolab2018

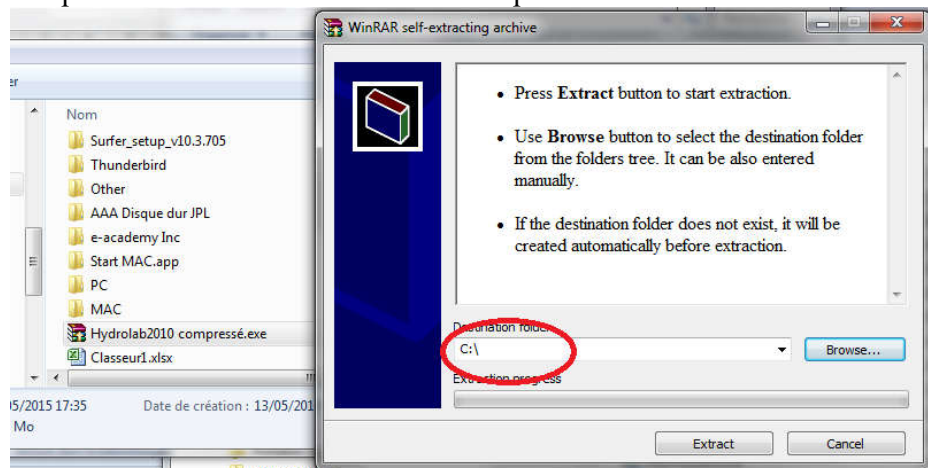
Généralement vous recevrez Hydrolab2018 sous la forme d'un dossier compressé auto-extractible. Si vous avez reçu directement le dossier contenant les documents excel passez à l'étape suivante. Suivant les niveaux de protection d'internet vous recevrez le fichier auto-extractible avec ou sans l'extension « .exe ». Si elle est absente comme ici :



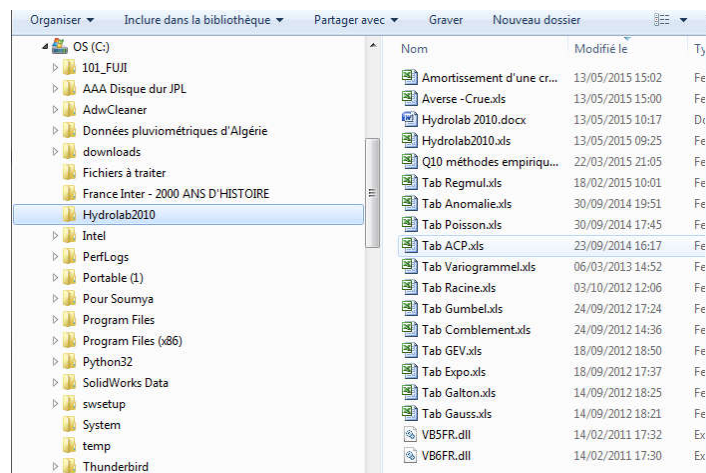
Il suffit d'ajouter manuellement l'extension « .exe ».



Un double clic sur Hydrolab2018 compressé.exe vous permet d'installer le logiciel. Attention, vous devez impérativement mettre le dossier décompressé directement sous la racine C:/



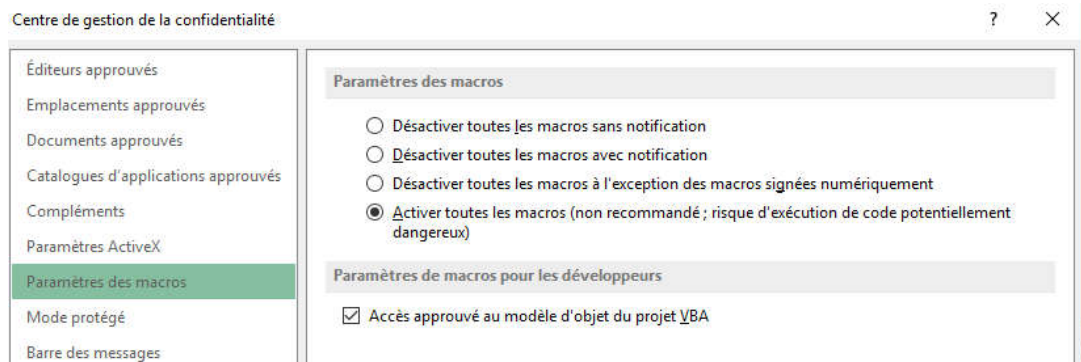
Vous devriez retrouver dans votre disque C, un dossier Hydrolab2018 contenant tous les fichiers nécessaires.



I.2 Autorisez l'utilisation des macros

Suivant la version d'excel que vous utilisez, referez-vous à l'aide en ligne pour autoriser l'utilisation des macros d'Hydrolab2018. A titre d'exemple voici pour Excel 2013.

1. Cliquez sur l'onglet Fichier.
2. Cliquez sur Options.
3. Cliquez sur Centre de gestion de la confidentialité, puis sur Paramètres du Centre de gestion de la confidentialité.
4. Dans le Centre de gestion de la confidentialité, cliquez sur Paramètres des macros.
5. Choisissez d'activer toutes les macros



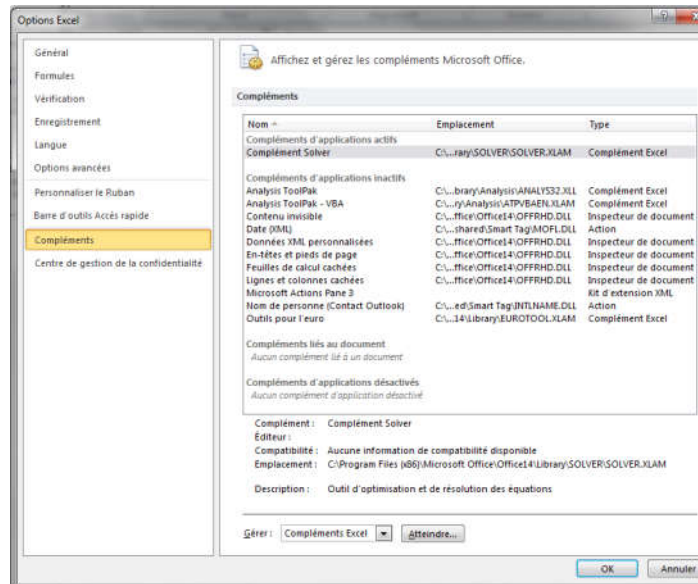
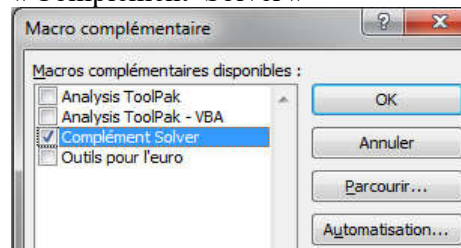
6. Cliquez sur OK.

I.3 Chargez le Solveur

Bien que ce ne soit pas indispensable, il vous sera souvent utile de disposer des fonctionnalités du solveur d'Excel.

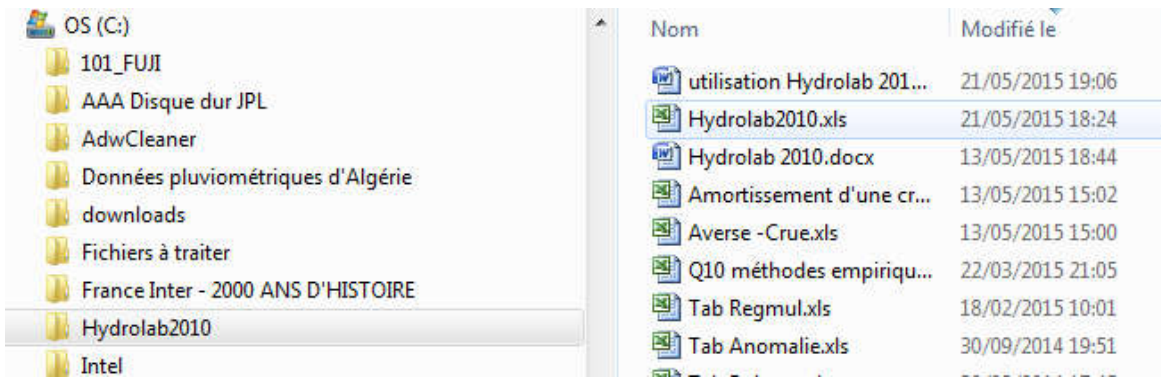
Dans le menu « fichier » cliquez sur « option » puis sur « complément » et faire « complément excel-atteindre »

Il vous reste alors à cocher la case « Complément Solver »

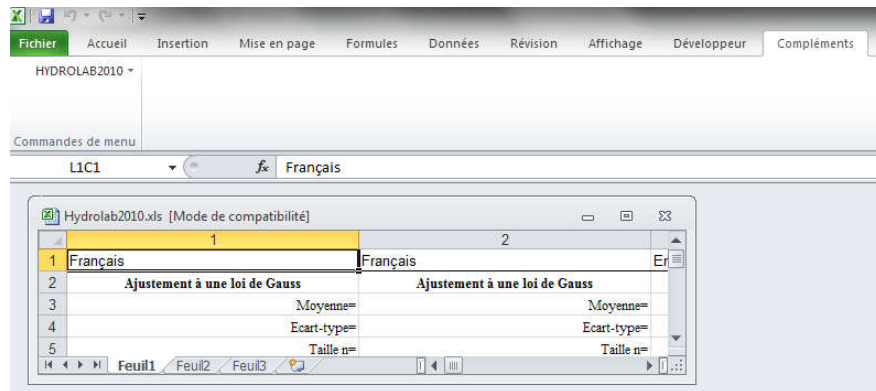


I.4 Ouvrir Hydrolab2018.xlsm

Pour pouvoir utiliser Hydrolab2018 vous devez ouvrir le fichier « Hydrolab2018.xlsm » qui se trouve dans le dossier « Hydrolab2018 » directement sous la racine C/



S'ouvre alors la feuille « Hydrolab2018.xls » qui contient les commandes prêtes à être exécutées ainsi que la langue utilisée à l'affichage. Pour changer cette langue ou en ajouter une autre, voir plus loin.



En activant le menu complément vous devriez voir apparaître le menu déroulant HYDROLAB2018. Vous pouvez alors laisser cette fenêtre ouverte ou la fermer, les macros commandes pilotées par le menu déroulant HYDROLAB2018 restent actives.

II. ELEMENTS COMMUNS AUX STATISTIQUES UNIDIMENSIONNELLES

Sous cette rubrique sont regroupés les ajustements d'une variable aléatoire unidimensionnelle. Neuf types de loi ont été retenus :

Loi exponentielle	Loi de Gumbel	Loi log-normale (Galton)
Loi racine-normale	Loi normale (Gauss)	Loi de Poisson
Loi des extrêmes généralisée (GEV)	Loi de Pearson 3	Loi des fuites

II.1 Sélection de la plage de données à traiter

Les données à utiliser sont dans un de vos fichiers Excel. Ce sont aussi bien des valeurs que du texte ou des formules. Votre fichier de données sera préservé et les données à traiter seront transférées et mises en forme dans un des fichiers « Tab XXX.xlsx ». **Le format de vos données sera reproduit dans « Tab XXX.xlsx ». (nombre de décimales, formats personnalisé...)**

Les observations de départ doivent être rangées sur une ou deux colonnes, chaque ligne correspond à une observation. S'il y a deux colonnes, la première donne le nom des observations (par exemple l'année). La première ligne peut éventuellement contenir la nature des observations et des mesures. HYDROLAB2018 accepte également que les observations soient rangées sur une ou deux lignes ; tout ce qui est dit plus loin reste alors valable en permutant le rôle des lignes et des colonnes

II.1.1 Données en colonne sans nom de variable ni d'observation

Ici on a sélectionné les 19 hauteurs de pluie annuelles de la station de Contes et on s'apprête à ajuster à une loi de Gauss (loi normale). Hydrolab ne traitera que les 18 valeurs numériques et 1975 sera considéré comme une donnée manquante.

Une fenêtre s'ouvre alors vous montrant que les données sont en colonne et vous demandant si la première ligne contient le nom de la variable. Comme ce n'est pas le cas, on ne coche rien et on clique sur OK.

The screenshot shows the Hydrolab software interface. The 'Données pour ACP.xlsx - Excel' window is open, displaying a data table with columns A through K. The 'FICHIER' menu is open, and the 'Statistiques uni-dimensionnelles' option is selected. The 'Loi Normale' option is highlighted in the list. A dialog box titled 'Structure de données univariées' is open, asking if the first line contains the variable name. The 'OK' button is visible.

	A	B	C	F	G	H	I	J	K	
1	Cude	6004002	607	14001	6048001	6050001	6057001	6071001	6073001	6075001
2	STATION	ANTIBES 4	CANNE	SUR	CONTES	COURSEGO	L'ESCARENE	GUILLAUME	ISOLA	LEVENS
3	1967	358.3		542.6	526.3	748.5	670.2	612.5	778.2	772.6
4	1968	1060.6	1162.8	1260.5	1012.3	1634.6	1063.5	1088.1	1177.8	1147.7
5	1969	768.1	892.5	883.1	709.8	1345.1	856	951.6	833.5	1023.1
6	1970	482.1	673	889.4	766.3					
7	1971	859.7	956.2	1109.2	950.6					
8	1972	1150.1	1355.4	1331.8	1000.5					
9	1973	706.1	725.4	807	681.6					
10	1974	778.2	906	999.7	643.7					
11	1975	1075.4	1092	1257	1052.2					
12	1976	1033.7	1156.1	1240.2	1116					
13	1977	986.5	1031.3	1208.3	731					
14	1978	829.4	789.3	888.5	1248.9					
15	1979	1099.4	1173.6	1472	676.9					
16	1980	633.3	667.4	673.7	858					
17	1981	619.1	729.8	878.2	617.4					
18	1982	571.5	652.1	689.9	720.1					
19	1983	639.1	693.4	782.5	1028.2	1669.3	1065.1	1025.1	1210.1	1164.9
20	1984	984	903.5	1143.9	668.6	975	690.1	729	710.6	729.6
21	1985	665.6	657.8	707.6	668.5	957.2	720.5	687.8	974.9	714.7
22	1986	686.8	720.5	773.8	1010.6	1557.5	1140.8	967.7	1112.1	1076.3
23	1987	977.9	1003.7	1141.3						

II.1.2 Données en colonne avec nom de variable et sans nom d'observation

The screenshot shows the Hydrolab2018 software interface. The 'Structure de données univariées' dialog box is open, displaying the following options:

- ☒ Les valeurs prises par la variable correspondent aux différentes lignes
- ☒ La première ligne donne le nom de la variable

The background spreadsheet shows data for 19 rainfall events. The first row of data is highlighted in green, indicating the selection of the first line as the variable name.

Station	ANTIBES 4	CANNE	SUR	CONTES	COURSEGOI	L'ESCARRENE	GUILLAUME	ISOL
1967	358.3		542.6	526.3	748.5	670.2	612.5	
1968	1060.6	1162.8	1260.5	1012.3	1634.6	1063.5	1088.1	
1969	768.1	892.5	825.9	709.8	1345.1	856	951.6	
				766.3	1232.2	798.5	1101.5	
				950.6	1467.7	1066.7	917.7	
				1000.5	2080.7	1213.3	1161.2	
				681.6	1121.8	832.2	815.4	
				643.7	1158.1	745.8	730.2	
				1052.2	1695.2	1037.1	1312.1	
				1116	1747.2	1286.6	1347.5	
				731	1158.1	859.7	811.6	
				1248.9	1794	1385	1264.2	
				676.9	936.7	794.7	lac	lac
				858	1177.9	883.1	lac	lac
				617.4	951	688.7	836.4	
				720.1	1070.9	876.4	787.5	
				1028.2	1669.3	1083.7	1025.7	
				668.6	975	690.1	729	

Ici on a sélectionné les 19 données de pluie, mais aussi le nom de la station « CONTES ». Pour que CONTES soit considéré comme le nom de la variable (et non une donnée manquante) il faudra cocher la case « la première ligne donne le nom de la variable » avant de faire OK.

II.1.3 Données en colonne sans nom de variable mais avec noms d'observations

Cette fonctionnalité nécessite que les données soient dans deux colonnes contigües et que la première contienne les noms des observations. Hydrolab2018 a reconnu la présence des noms des observations dans la première colonne. Par contre il ne peut savoir si la première ligne contient les noms. On laissera ici la première des cases décochée pour taper OK.

The screenshot shows the Hydraulab 2016 software interface. The 'Statistiques uni-dimensionnelles' menu is open, displaying a list of probability distributions: Loi Exponentielle, Loi de Gumbel, Loi Lognormale, Loi Normale (highlighted), Loi de Poisson, Loi Racine-normale, Loi GEV, and Loi Pearson 3. The background spreadsheet shows data for 'Code' and 'Année' (1967-1982) with corresponding values in column B. A dialog box titled 'Structure de données univariées' is open, with the following options:

- ☒ Les valeurs prises par la variable correspondent aux différentes lignes
- ☐ La première ligne donne le nom de la variable
- ☒ La première colonne donne le nom des observations

The 'OK' button is highlighted.

II.1.4 Données en colonne avec nom de variable et avec noms d'observations

Cette fonctionnalité nécessite que les données soient dans deux colonnes contigües et que la première contienne les noms des observations. On suppose que la première ligne contient le nom de la variable. On cochera ici les deux cases avant de taper OK

HYDROLAB2016

FICHIER ACCUEIL INSERTION MISE EN PAGE FORMULES DONNÉES RÉVISION AFFICHAGE DÉVELOPPEUR COMPLÉMENTS

Statistiques uni-dimensionnelles

Données multi-dimensionnelles

Commandes de menu

A2

Loi Exponentielle

Loi de Gumbel

Loi Lognormale

Loi Normale

Loi de Poisson

Loi Racine-normale

Loi GEV

Loi Pearson 3

Structure de données univariées

Les valeurs prises par la variable correspondent aux différentes lignes

☒ La première ligne donne le nom de la variable

☒ La première colonne donne le nom des observations

OK Annuler

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Code	6004002	602							
2	Année	ANTIBES 4	CANNE							
3	1967	358.3								
4	1968	1060.6	1162.8	991.9	12					
5	1969	768.1	892.5	825.9	8					
6	1970	482.1	673	868.2	8					
7	1971	859.7	956.2	943.8	11					
8	1972	1150.1	1355.4	1175.6	13					
9	1973	706.1	725.4	773.1						
10	1974	778.2	906	611	9					
11	1975	1075.4	1092	1038.7						
12	1976	1033.7	1156.1	1182.1	12					
13	1977	986.5	1031.3	1358.6	12					
14	1978	829.4	789.3	681.5	8					
15	1979	1099.4	1173.6	1292.5						
16	1980	633.3	667.4	584.9						

II.1.5 Lancement du traitement

En cliquant sur le bouton OK, vous lancez le traitement statistique souhaité. Vos données restent préservées dans le fichier d'origine mais les valeurs en sont copiées dans un fichier Tab XXX.xlsx qui s'ouvre directement pour faire apparaître les données et les résultats de leur traitement. Ces fichiers sont protégés en écriture. Si vous souhaitez néanmoins conserver une feuille de résultats enregistrez-la sous un nouveau nom.

II.2 Les résultats numériques

Après avoir lancé un ajustement vous verrez s'ouvrir une nouvelle feuille contenant vos données et les résultats sous forme numérique et graphique. Vous pouvez y changer les formats, les polices... Si vos données sélectionnées avaient un format particulier, il sera reproduit dans cette feuille. Toutes les feuilles (à l'exception de la loi de Poisson) se présentent de façons analogues et vous y trouverez :

Ajustement à une loi de Gauss								
II.2.1			Moyenne= 835.4818182	II.2.2			Taille n= 11	II.2.3 Anderson = 0.295
			Ecart-type= 196.2031744				au départ (12)	II.2.4 U Gauss= 1.036
Observations classées	Valeurs classées	Ordre de classement	Fréquence expérimentale	Variable réduite	Valeur expérimentale	Valeur théorique	Borne inférieure	Borne supérieure
Obs.8	226	1	0.0455	-1.691	226.3	503.7764878	386.2840077	587.2137984
Obs.8	643.7	2	0.1364	-1.097	643.7	620.2854776	527.6643657	690.8130409
Obs.7	681.6	3	0.2273	-0.748	681.6	688.7495879	608.2990138	754.1356137
Obs.3	709.8	4	0.3182	-0.473	709.8	742.7190918	669.9902709	805.9242479
Obs.12	731	5	0.4091	-0.230	731	790.3778246	722.7562169	853.3687434
Obs.4	766.3	6	0.5000	0.000	766.3	835.4818182	771.0216295	899.9420068
Obs.5	950.6	7	0.5909	0.230	950.6	880.5858118	817.5948929	948.2074194
Obs.6	1000.5	8	0.6818	0.473	1000.5	928.2445445	865.0393884	1000.973365
Obs.2	1012.3	9	0.7727	0.748	1012.3	982.2140485	916.8280227	1062.664623
Obs.10	1052.2	10	0.8636	1.097	1052.2	1050.678159	980.1505955	1143.299271
Obs.11	1116	11	0.9545	1.691	1116	1167.187149	1083.749838	1284.679629
Obs.9	lac	Lac.						

II.2.1 Les paramètres ajustés de la loi de distribution

Ici, pour la loi de Gauss, il n'y a que deux paramètres : la moyenne et l'écart-type.

II.2.2 La taille de l'échantillon sélectionné et le nombre de données utilisables

Dans ce cas de figure on avait sélectionné douze observations mais une était lacunaire

II.2.3 Le test d'Anderson

Pour chaque ajustement on calcule la valeur du W_n^2 d'Anderson-Darling :

$$W_n^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((2i-1) \ln[F(x_i)] + (2n-2i+1) \ln[1-F(x_i)])$$

Et on évalue la probabilité pour que cette valeur soit dépassée du seul fait du hasard alors que la loi ajustée serait la bonne. Ici la probabilité d'être dépassée est de 0.295 (29.5%) cette probabilité est suffisamment forte pour ne pas rejeter l'hypothèse d'un ajustement satisfaisant. A priori on retient les seuils suivants :

- proba > 0.1 (10%) ajustement satisfaisant (surligné de vert)
- 0.1(10%) > proba > 0.05 (5%) ajustement douteux (surligné d'orange)
- proba < 0.05 (5%) ajustement à rejeter (surligné de rouge)

II.2.4 Les intervalles de confiance

A priori on retient les intervalles de confiances à 70% , c'est-à-dire que pour chaque fréquence théorique on évalue les bornes inférieures et supérieures entre lesquelles il y a 70% de chance que se trouve le véritable quantile. Il est tout à fait loisible de changer cet intervalle de confiance par exemple en tapant 90 au lieu de 70. Tout se remet à jour dans les résultats numériques, les graphiques et les tableaux d'application probabiliste.

II.2.5 Les noms des observations classées

On trouve dans cette colonne les noms des observations classées dans l'ordre des valeurs numériques observées. Ici la plus petite observation est la première et la plus grande, la onzième. La 9^{ème} observation est lacunaire. Si on avait également sélectionné la colonne contenant les années d'observation on lirait directement que la plus petite observation est celle de 1967 et la plus grande, celle de 1977. L'année 1975 est lacunaire.

II.2.6 Les valeurs numériques observées classées par ordre croissant

II.2.7 Les fréquences expérimentales et les variables réduites associées

Pour chaque valeur classée x_i , on évalue sa fréquence expérimentale par : $F_{\text{exp}}(x_i) = (i-0.5)/n$
A chaque fréquence expérimentale est associée une valeur de la variable réduite adaptée à la loi.

II.2.8 Valeurs expérimentales, théoriques et bornes de l'intervalle de confiance

Pour chaque variable réduite (et donc chaque fréquence expérimentale) on donne la valeur observée, la valeur théorique selon l'échantillon et les bornes entre lesquelles il y a 70 % de chance que se trouve la valeur observée.

II.3 Le graphique d'ajustement

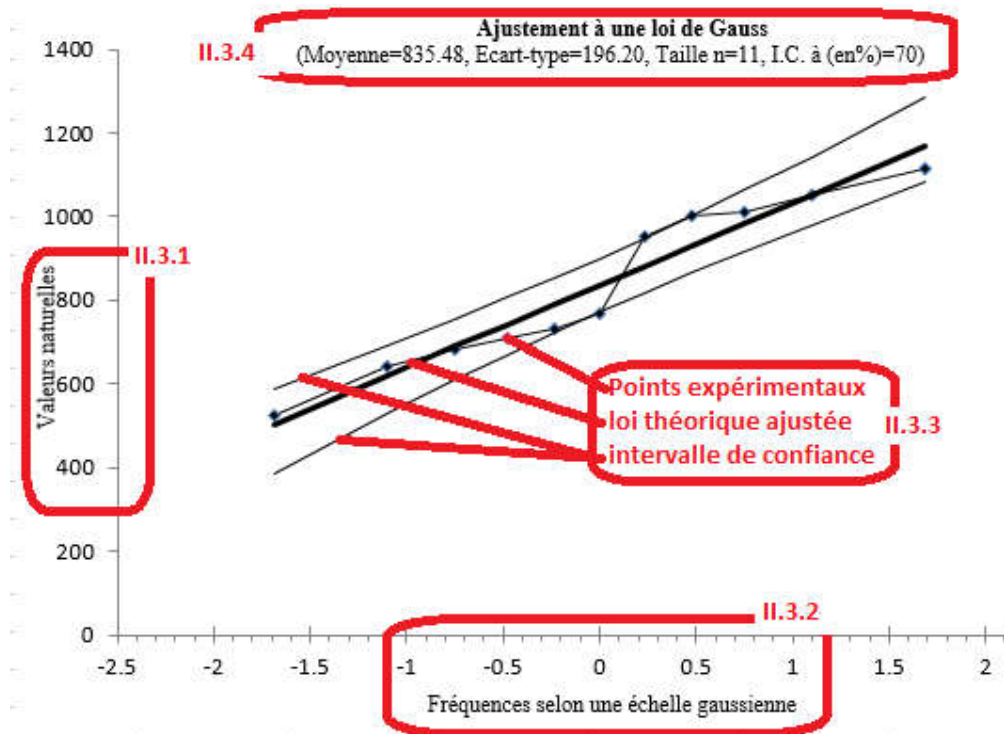
Dans la partie droite de la feuille vous trouverez un graphique d'ajustement que vous pouvez modifier selon votre gout et sur lequel vous pouvez ajouter des commentaires libres. Ce graphique est un objet que vous pouvez copier et coller dans n'importe quel document word ou autre.

II.3.1 En abscisse la variable réduite associée aux fréquences

Cette échelle dépend de la loi choisie.

II.3.2 En ordonnée les valeurs de la variable aléatoire ou de sa transformée (log, racine...)

En général les abscisses et ordonnées sont choisies de telle façon que la loi théorique soit représentée par une droite. Vous pouvez librement choisir les graduations et leurs limites



II.3.3 Courbe des valeurs expérimentales, théoriques et bornes de l'intervalle de confiance

Vous y trouverez en nuages de points les valeurs expérimentales et en courbe grasse les valeurs théoriques et en courbes fines, les bornes de l'intervalle de confiance.

II.3.4 Récapitulatif de l'ajustement

Dans le graphique sont figurés les éléments numériques essentiels de l'ajustement. En général les abscisses et ordonnées sont choisies de telle façon que la loi théorique soit représentée par une droite. Vous pouvez librement choisir les graduations et leurs limites

II.4 Les tableaux d'exploitation probabiliste

A la fin de la feuille de résultats vous trouverez deux tableaux tels que les suivants :

	Variable	Valeur	Borne	Borne				Période de
Fréquence	réduite	théorique	inférieure	supérieure		Valeur	Fréquence	retour
?	#VALEUR!	#VALEUR!	#VALEUR!	#VALEUR!		?	#VALEUR!	#VALEUR!

Celui de gauche permet d'évaluer la valeur de la variable aléatoire et son intervalle de confiance pour une fréquence donnée. Celui de droite permet à l'inverse, d'associer à une valeur particulière de la variable aléatoire, sa fréquence et sa période de retour.

A titre d'exemple il suffit de taper à la place du point d'interrogation la valeur 0.9 pour savoir qu'à cette fréquence la valeur de la variable réduite est de 1.282 (ici variable réduite de Gauss)

On constate que pour cette fréquence la valeur x_F la plus probable de la variable aléatoire est de 1086.9 et qu'il y a 70% de chance d'avoir : $1012.8 < x_F < 1186.8$

	Variable	Valeur	Borne	Borne
Fréquence	réduite	théorique	inférieure	supérieure
0.9	1.282	1086.926303	1012.843913	1186.823728

De la même façon, on peut évaluer pour n'importe quelle valeur, sa fréquence théorique et sa période de retour en remplaçant le point d'interrogation par la valeur désirée.

Valeur	Fréquence	Période de retour
1126	0.931	14.4

Ainsi une pluie de 1126 mm correspond à une fréquence théorique F de 0.931 soit une période de retour $T=1/(1-F)=14.4$ années. Attention ceci n'a de sens que si l'on travaille sur un échantillon constitué de valeurs annuelles.

Si vous désirez faire ces calculs pour plusieurs valeurs il suffit de recopier la dernière ligne des tableaux vers le bas comme l'illustre le schéma ci-dessous.

Fréquence	Variable réduite	Valeur théorique	Borne inférieure	Borne supérieure	Valeur	Fréquence	Période de retour
0.9	1.282	1086.926303	1012.843913	1186.823728	1126	0.931	14.4
0.95	1.645	1158.207321	1075.900085	1273.647796	1200	0.968	31.7
0.98	2.054	1238.433874	1145.461351	1372.776249	1300	0.991	111.7

III. SPECIFICITES DES DIFFERENTES LOIS

III.1 Loi de Gauss (ou aussi loi normale)

III.1.1 Domaines d'applications de la loi de Gauss

Cette loi est très fréquemment utilisée en hydrologie. Son emploi se justifie principalement par le théorème central limite qui établit que la somme x de p réalisations indépendantes d'une variable aléatoire quelconque y tend vers une loi de Gauss lorsque p tend vers l'infini. Ainsi cette loi s'applique assez bien à des variables hydrologiques « moyennes » telles que la pluviométrie annuelle, les débits moyens annuels...

III.1.2 Compléments techniques

La mise en œuvre de la loi de Gauss correspond intégralement au dispositif commun de lancement et de présentation des résultats. Cette loi est définie sur $[-\infty, +\infty]$ et peut convenir à n'importe quel échantillon. Il nous paraît seulement bon de préciser quelques points techniques. La fonction de

répartition $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{u^2}{2}} du$ avec $u = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$ dépend de deux paramètres qui sont la moyenne \bar{x}

et l'écart-type σ .

- Ces paramètres moyenne et écart type sont évalués selon les estimateurs sans biais suivant :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}, \text{ fonctions MOYENNE() et ECARTYPE() d'Excel}$$

- L'intégrale de Gauss est évalué par les fonctions LOI.NORMALE() et LOI.NORMALE.INVERSE()

- pour l'intervalle de confiance à α % sur le quantile x_F , les bornes sont évaluées par :

$$x_F \pm \text{Erreur !}\sigma \quad (\text{Informations Techniques du CTGREF, Cahier 31, N°2, 1978})$$

(2 fois plus pour la borne supérieure et 2 fois moins pour la borne inférieure)

t_F : variable réduite de Gauss ayant la fréquence au non-dépassement F

t_α : variable réduite de Gauss ayant la fréquence au non-dépassement $1 - \frac{1-\alpha}{2}$.

- pour l'intervalle de confiance à α % sur les moyennes et écart-type (Tableau au-dessus ou sous le graphique) on utilise classiquement les fonctions LOI.STUDENT.INVERSE.N() et KHI2.INVERSE().

III.2 Loi de Galton (ou aussi loi log-normale)

III.2.1 Domaines d'applications de la loi de Galton

Dans Hydrolab la loi de Galton est utilisée sous une forme simplifiée où l'on suppose que c'est le logarithme de x qui suit une loi de Gauss. Son emploi se justifie pour des grandeurs hydrologiques résultants de la multiplication de nombreux facteurs. En effet si les facteurs y se multiplient les

$\log(y)$ s'ajoutent : $x = \prod_{i=1}^n y_i \Rightarrow \log(x) = \sum_{i=1}^n \log(y_i)$ et $\log(x)$ tends vers une loi de Gauss

lorsque n augmente.

Ceci explique que cette loi soit souvent utilisée dans la modélisation de phénomènes extrêmes tels que crues ou étiages.

Dans certains cas de figure, la variable x n'est pas bornée par zéro. Des prélèvements en eau, des infiltrations ... peuvent justifier l'existence d'une borne inférieure x_0 à la variation de x . C'est alors le $\log(x-x_0)$ qui suit une loi de Gauss et on supposera que ce seuil est parfaitement connu et non ajusté.

III.2.2 Compléments techniques

L'ajustement à une loi de Galton reprends toutes les étapes de l'ajustement à une loi de Gauss mais en travaillant sur le $\log(x)$ puis en revenant aux valeurs naturelles de x . Si l'on se donne une borne inférieure x_0 , il suffit de la rentrer manuellement et on travaille alors sur le $\log(x-x_0)$ puis on revient aux valeurs naturelles de x . Mais attention, les intervalles de confiances supposent alors que x_0 est parfaitement connu.

III.3 Loi des fuites

III.3.1 Domaines d'applications de la loi des fuites

La loi des fuites préjuge que la grandeur x est la somme de k réalisation d'une grandeur y . On suppose que le nombre k de réalisation suit une loi de poisson, et que la grandeur y suit une loi exponentielle de paramètre de position nul. Ces hypothèses sont cohérentes avec de nombreuses variables hydrologiques telles que les précipitations mensuelles et même annuelles.

III.3.2 Compléments techniques

Dans le logiciel Hydrolab, nous nous sommes inspiré essentiellement des travaux de Pierre RIBSTEIN (Cahier ORSTOM série hydrologie Vol 20 N° 2, 1983) qui s'inspire lui-même de la thèse de C. BARBUSIAUX (Etude statistique de la loi des fuites, thèse de 3eme cycle, Facultés des sciences de Paris, 1969).

- Si le nombre k de réalisation de y suit une loi de Poisson de paramètre de forme λ :

$$\text{Proba}(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

- Si la grandeur y suit une loi exponentielle simple de paramètre d'échelle s :

$$F(y) = 1 - e^{-y/s}$$

La grandeur $x = \sum_{i=0}^k y_i$ suit une loi des fuites de fréquence au non dépassement F_x :

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda} e^{-u} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\lambda^{i+1}}{(i+1)!} \sum_{j=0}^i \frac{u^j}{j!} \quad \text{avec} \quad u = \frac{x}{s}$$

Dans la feuille de calcul et pour le calcul de $F(x)$ la somme $\sum_{i=0}^{\infty}$ est limitée à $\sum_{i=0}^{50}$, ce qui est largement suffisant pour que les termes manquants soient bien négligeables.

Pour l'inversion de cette fonction, nous avons calculé des couples $x - F(x)$ en nombre suffisant puis interpolé entre les points.

Pour l'ajustement des paramètres de forme λ et d'échelle s , nous avons retenu la méthode proposée par C. BARBUSIAUX. Elle donne des estimations fiables de ces paramètres en se basant sur le nombre n_0 de valeurs nulles dans l'échantillon de taille n , sur la moyenne \bar{x} et la variance V :

$$s = (1 - 0.586\sqrt{\frac{n_0}{n}}) \left(\frac{V}{2\bar{x}} + \frac{\bar{x}}{\text{Ln}(\frac{n_0}{n})} \right) - \frac{\bar{x}}{\text{Ln}(\frac{n_0}{n})}$$

$$\lambda = (1 - 0.586\sqrt{\frac{n_0}{n}}) \left(\frac{2\bar{x}^2}{V} + \text{Ln}(\frac{n_0}{n}) \right) - \text{Ln}(\frac{n_0}{n})$$

Il n'existe pas d'étude exhaustive des intervalles de confiance sur les estimations des paramètres et des quantiles. Nous avons donc procédé aux tirages de 1000 échantillons de taille 12, 25 50 et 100 pour des valeurs de λ de 0.5, 0.75, 1, 1.5, 2, 3, 4.5, 7 et 10. Nous en avons extraits les intervalles de confiance à 50%, 70%, 80%, 90% et 95% sur les paramètres λ et s et sur les quantiles de Fréquence 0.001, 0.002, 0.005, 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 0.8, 0.9, 0.95, 0.98, 0.99, 0.995, 0.998 et 0.999 ! C'est à partir de cette information qu'Hydrolab interpole les intervalles de confiance.

Pour les paramètres λ et s , l'intervalle de confiance est donné dans le tableau au-dessus ou sous le graphique d'ajustement.

III.4 Loi racine normale

III.4.1 Domaines d'applications de la loi racine normale

De façon un peu analogue à ce qui a été dit pour la loi de Galton, on suppose ici, que c'est la racine carrée de x qui suit une loi de Gauss. Il n'existe pas de justification très pertinente pour l'utilisation de cette loi. Cependant elle est d'un emploi fréquent car elle est une approximation assez correcte et simple à traiter, de la loi de distribution des fuites que nous venons de voir

On constate que certaines grandeurs hydrologiques sont la somme de réalisations indépendantes, comme nous l'avons dit pour la loi de Gauss. Cependant si leur nombre ne tends pas vers l'infini, cette distribution présente une dissymétrie positive. C'est le cas pour des précipitations mensuelles mais aussi annuelles si la pluviométrie est faible et avec peu d'événements pluvieux dans l'année. On peut également remarquer que même si les pluies annuelles sont fortes en moyenne, mais avec un écart-type faible, le passage de x à \sqrt{x} est quasi linéaire. La loi racine normale paraît donc très bien adaptée pour toutes les pluies annuelles sur le bassin méditerranéen.

III.4.2 Compléments techniques

L'ajustement à une loi de racine normale reprends toutes les étapes de l'ajustement à une loi de Gauss mais en travaillant sur \sqrt{x} puis en revenant aux valeurs naturelles de x . On relèvera néanmoins la mauvaise adéquation de cette loi, si les valeurs de x sont fréquemment nulles. En effet la loi de Gauss est définie sur $[-\infty, +\infty]$ alors que \sqrt{x} est positif ou nul. Avec Hydrolab les valeurs négatives de \sqrt{x} sont ramenées à zéro mais ce n'est qu'un pis-aller !

III.5 Loi de Gumbel

III.5.1 Domaines d'applications de la loi de Gumbel

Cette loi a longtemps été considérée comme « la » loi de distribution des extrêmes. Comme on le verra plus loin, ce n'est en fait, qu'une des trois formes possibles de distributions des extrêmes. Cependant cette loi présente l'énorme avantage de ne dépendre que de deux paramètres et également de disposer d'estimateurs simples des paramètres. Ceci explique que cette loi soit très fréquemment utilisée pour l'étude des crues maximales annuelles, des précipitations journalières maximales annuelles ...

III.5.2 Compléments techniques

La fonction de répartition est : $F(x) = e^{-e^{-u}}$ avec $u = \frac{x - x_0}{g}$ (variable réduite de Gumbel) On notera

la simplicité du passage des valeurs de x à leurs fréquences et réciproquement.

Le terme u est la variable réduite de Gumbel ; x_0 est le paramètre de position (mode) et g est le paramètre d'échelle différent de zéro et positif (g est aussi appelé "gradex").

Cette loi est définie sur $[-\infty, +\infty]$ et peut convenir à n'importe quel échantillon.

On peut noter dès à présent le comportement asymptotiquement exponentiel de la distribution de Gumbel : si F tend vers 1, en posant $T = -\ln(1-F)$, la variable réduite de Gumbel u tend vers $\ln T$.

Les paramètres sont estimés par la méthode des moments : $g = 0,78 \sigma$ et $x_0 = \bar{x} - 0,577 \sigma$

L'intervalle de confiance à α % sur un quantile x_F s'exprime en fonction de l'écart-type σ par :

$$\hat{x}_F - h_1 \sigma \leq x_F < \hat{x}_F + h_2 \sigma$$

où h_1 et h_2 sont des paramètres dépendant de la taille n de l'échantillon de la fréquence F et de la valeur de α .

• h_1 et h_2 seront évalués par la formule suivante (avec le signe + pour h_2 et le signe - pour h_1) :

$$h_{1,2} = \frac{\frac{u_\alpha}{n} \sqrt{1 + 1,13 t_F + 1,1 t_F^2} \pm \frac{u_\alpha^2}{n} (1,1 t_F + 0,57)}{1 - 1,1 \frac{u_\alpha^2}{n}} \quad (\text{Informations Techniques du CTGREF, Cahier 31, N°2, 1978})$$

• u_α est la variable réduite de Gauss correspondant à la fréquence au non-dépassement $1 - \frac{1-\alpha}{2}$

• t_F est la variable réduite de Gumbel correspondant à la fréquence au non-dépassement F , ramenée à sa moyenne et à son écart-type : $t_F = \frac{x_F - \bar{x}}{\sigma}$ **Erreur !**

III.6 Loi exponentielle

III.6.1 Domaine d'applications de la loi exponentielle

La loi exponentielle s'applique assez bien aux observations de valeurs supérieures à un seuil. C'est souvent le cas pour les pluies journalières supérieures à un seuil, les débits de crue supérieures à un seuil... Elle se justifie aussi indirectement en remarquant que si les valeurs supérieures à un seuil suivent une loi exponentielle, et si le nombre de dépassement du seuil suit une loi de Poisson, alors les valeurs maximales annuelles suivent une loi de Gumbel.

III.6.2 Compléments techniques

La fonction de répartition est : $F(x) = 1 - e^{-\frac{x-x_0}{g}}$

Cette loi a donc deux paramètres (x_0 et g) et est définie sur l'intervalle $[x_0, +\infty]$. Nous considérons ici que x_0 est la borne inférieure de l'intervalle de définition et qu'il est donc connu a priori. Dans la feuille la valeur par défaut de x_0 est la plus petite valeur de l'échantillon mais on peut toujours se donner une autre valeur de x_0 en la tapant directement dans la cellule située à droite de " x_0 ". Il faut bien sûr, que x_0 soit inférieur ou égal à la plus petite valeur de l'échantillon.

Le paramètre g (que l'on peut également appeler gradex) est estimé par : $g = \bar{x} - x_0$

L'intervalle de confiance à α % sur un quantile x_F s'exprime ainsi :

$$\hat{x}_F - u_\alpha \frac{(\hat{x}_F - x_0)}{\sqrt{n}} < x_F < \hat{x}_F + u_\alpha \frac{(\hat{x}_F - x_0)}{\sqrt{n}}$$

- u_α est la variable réduite de Gauss correspondant à la fréquence au non-dépassement $1 - \frac{1-\alpha}{2}$
(formule simplifiée d'après MIQUEL 1984 et valable si g est le seul paramètre ajusté).

III.7 Loi des extrêmes généralisée (GEV ou loi de Jenkinson)

III.7.1 Domaine d'applications de la GEV

Jenkison (1955) a montré que les lois de distribution des extrêmes pouvaient se mettre sous une forme unique :

$$F(x) = e^{-\left[1 - \frac{k(x-x_0)}{s}\right]^{1/k}}$$

Trois paramètres interviennent : x_0 le paramètre de position, s le paramètre d'échelle et k le paramètre de forme. Sous cette formulation unique on retrouve en fait les trois types de distribution selon les valeurs prise par k :

Si k est positif, on retrouve une loi proposée par Weibull (GEV de type III) où x est défini sur l'intervalle $]-\infty, x_0[$. Cette borne supérieure de l'intervalle de définition se déduit des paramètres s , k et x_0 par la relation : $x_0' = \frac{s}{k} + x_0$. En fait ce type de distribution se rencontre rarement en hydrologie et on la réserve à des études de valeurs extrêmes minimales (température, étiages...).

Si k est égal à zéro on constate que $\left[1 - \frac{k(x-x_0)}{s}\right]^{1/k} \rightarrow e^{-\frac{(x-x_0)}{s}}$. On retrouve donc la loi de Gumbel (GEV de type I) vue précédemment et x est défini sur l'intervalle $] - \infty , + \infty [$

Enfin, si k est négatif, on trouve une loi proposée par Frechet (GEV de type II) où x est défini sur l'intervalle $]x_0', +\infty[$. Cette borne inférieure de l'intervalle de définition se déduit des paramètres s , k et x_0 par la relation : $x_0' = \frac{s}{k} + x_0$. Ce type de loi se rencontre souvent en hydrologie (cues, précipitations extrêmes...), mais la difficulté va résider dans l'estimation du paramètre de forme qui est très soumise aux aléas de l'échantillonnage. Il paraît très hasardeux de caler la valeur de k sur un seul échantillon. Il est plus raisonnable de choisir a priori la valeur de k d'après une étude régionale. Koutsoyiannis (2004) a étudié 169 séries longues de pluie extrêmes (Etats-Unis, Royaume-Uni, France, Italie, Grèce) et il propose de fixer k à -0.15. Pour les pluies extrêmes d'Algérie (508 séries de 43 années en moyenne), je propose de retenir $k = -0.073$.

III.7.2 Compléments techniques

Dans le cas général, il est préconisé d'utiliser la méthode des moments pondéré (Voir LUBES & MASSON, Hydrologie Continentale, vol.6 n°1, 1991). On estimera tout d'abord les trois premiers moments pondérés b_0 , b_1 et b_2 :

$$b_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad b_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{i-1}{n-1} x_i \quad \text{et} \quad b_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)(i-2)}{(n-1)(n-2)} x_i$$

(*n* étant la taille de l'échantillon et *i* le rang dans l'échantillon classé par ordre croissant)

On peut montrer que ces trois premiers moments pondérés b_0 , b_1 et b_2 , sont liés aux trois paramètres x_0 , s et k par les relations :

$$\frac{3b_2 - b_0}{2b_1 - b_0} = \frac{1 - 3^{-k}}{1 - 2^{-k}}, \quad b_0 = x_0 + \frac{s}{k} [1 - \Gamma(1+k)] \quad \text{et} \quad 2b_1 - b_0 = \frac{s}{k} \Gamma(1+k)(1 - 2^{-k})$$

La fonction gamma est telle que : $\Gamma(1+k) = \int_0^{\infty} u^k e^{-u} du$ et on peut aisément montrer que

Pour obtenir la valeur de $\Gamma(k+1)$ sur Excel, il suffit de faire appel à la fonction GAMMA().

La première équation ne contient qu'une seule inconnue, le terme k , et on peut la résoudre par itérations successives. Dans le cas général où $-0.5 < k < 0.5$ on peut évaluer k explicitement par la

relation : $k = 7.8590c + 2.9554c^2$ avec $c = \frac{2b_1 - b_0}{3b_2 - b_0} - \frac{\ln(2)}{\ln(3)}$

On en déduit immédiatement les valeurs de s et x_0 par :

$$s = \frac{(2b_1 - b_0)k}{(1 - 2^{-k})\Gamma(1+k)} \quad \text{et} \quad x_0 = b_0 + s \frac{\Gamma(1+k) - 1}{k}$$

Il faut être très prudent sur cette estimation de k et nous recommandons de choisir une valeur régionale en la tapant directement dans la case concernée.

Pour évaluer les intervalles de confiance sur l'estimation des quantiles, nous nous sommes

contenté d'envisager uniquement les lois de Fréchet. En posant $x_0' = \frac{s}{k} + x_0$, la variable

$y = \ln(x - x_0')$ suit une loi de Gumbel. Nous avons donc calculé les intervalles de confiance sur les quantiles de y puis nous sommes revenus aux valeurs de x . Ceci n'est qu'une approximation qui suppose que l'on ne se trompe pas sur la borne x_0'

III.8 Loi de Pearson III ou loi Gamma incomplète

III.8.1 Domaine d'applications de la loi de Pearson III

Il n'y a pas de justification théorique à l'utilisation de cette loi en hydrologie, cependant elle est utilisée par pragmatisme dans certains secteurs. Par exemple on constate que les débits moyens annuels d'Algérie s'ajustent assez bien à ce type de loi.

III.8.2 Compléments techniques

La loi Pearson III est une loi à 3 paramètres dont la fonction de répartition est donnée par :

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \int_0^u u^{\gamma-1} e^{-u} du \quad \text{avec} \quad u = \frac{x - x_0}{s}$$

L'intervalle de variation de x est $[x_0, \infty[$ et les trois paramètres d'ajustement sont :

- x_0 : paramètre de position (borne inférieure)
- s : paramètre d'échelle (de même dimension que x)
- γ : paramètre de forme (positif différent de zéro)

En hydrologie, la borne inférieure x_0 est très souvent fixée à zéro. Les deux paramètres restants

s'ajustent alors par la méthode des moments par les expressions $s = \frac{\sigma^2}{\bar{x}}$ et $\lambda = \frac{\sigma^2}{\bar{x}^2}$ où σ est

l'écart type et \bar{x} la moyenne de la série. On remarque alors que le paramètre de forme est $\lambda = \frac{1}{CV^2}$

L'évaluation de F(x) et son inversion se font avec les fonctions d'Excel LOI.GAMMA.N() et LOI.GAMMA.INVERSE.N()

Il n'existe pas d'étude exhaustive des intervalles de confiance sur les estimations des paramètres et des quantiles. Nous avons donc procédé aux tirages de 1000 échantillons de taille 10, 20, 50, 100 et 200 pour des valeurs de CV de 0.2 à 2. Nous en avons extraits les intervalles de confiance de 50%, à 99% sur les quantiles de fréquence 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.98 et 0.99 C'est à partir de cette information qu'Hydrolab interpole les intervalles de confiance.

III.9 Loi de Poisson ou loi des événements rares

III.9.1 Domaine d'applications de la loi de Poisson

Soit p la probabilité pour qu'un événement se produise lors d'une expérience et q la probabilité pour qu'il ne se produise pas ; on a bien évidemment : $p + q = 1$. Supposons maintenant que l'on effectue n expériences indépendantes ; on cherche alors quelle est la probabilité P (k) pour que l'événement se produise k fois dans les n expériences. On a alors :

$$P(k) = \frac{n!}{k! (n-k)!} p^k q^{n-k}$$

Cette expression à deux paramètres (n et p) est connue sous le nom de loi de Bernoulli ou encore de loi binomiale. Il est peu fréquent d'utiliser cette loi en hydrologie, par contre on est souvent amené à travailler sur les nombres d'occurrence d'événement rares. Si l'on s'intéresse au nombre k de crues dont le débit Q a dépassé un certain seuil Q_0 lors d'une année on se rapproche du schéma de Bernoulli. En effet on pourrait admettre que dans l'année il y a n=365 jours, et que la probabilité p pour qu'une crue y dépasse Q_0 est une valeur très faible voisine de zéro. Donc si n est très grand

et si $q=1-p$ tend vers un, la probabilité de k devient : $P(k) = \frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!}$ C'est la loi de Poisson ou

encore loi des événements rares. Elle ne dépend que du seul paramètre μ représentant le nombre moyen de réalisation dans l'année.

Le nombre d'événement dépassant annuellement, un seuil comme les crues, les pluies journalières... suit bien souvent une loi de Poisson.

III.9.2 Mise en œuvre

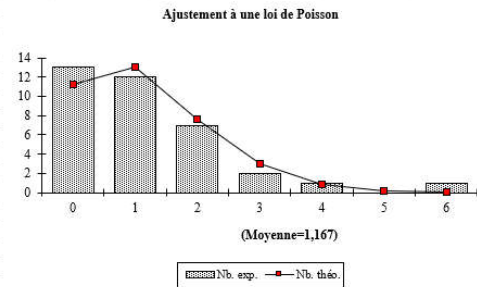
C'est la seule loi discrète développée dans Hydrolab et sa mise en œuvre est singulière ! Ceci mérite de traiter un exemple explicité à la page suivante.

On a relevé sur 36 années les hauteurs de pluies journalières et leur date d'occurrence. On a ensuite classé ces hauteurs et dates par hauteurs décroissantes. On a enfin transformé ces dates en année hydrologique débutant au 1^{er} septembre. Par exemple le 13/10/1973 appartient à l'année hydrologique 1973-1974 et le 19/3/1979 appartient à l'année hydrologique 1978-1979. Les 42 années d'apparition des pluies supérieures à 60 mm sont alors sélectionnées (Cellules M6 à M47) et on lance dans la rubrique *Complément* puis *Hydrolab2018* puis *Statistiques unidimensionnelles* et enfin *loi de Poisson*.

On obtient la feuille Tab Poisson où il suffit de préciser le nombre d'année d'observation (36 dans la cellule G3).

	M	N	O
1	Pluies journalières à Nice		
2	supérieures à 40 mm sur 36 années		
3	Pour ajustement à Poisson et exponentielle		
4			
5	Année	Date	Pj
6	1973-1974	13/10/1973	191,4
7	1987-1988	05/10/1987	117,8
8	1998-1999	30/09/1998	116,6
9	1999-2000	24/10/1999	108,2
10	1992-1993	03/10/1992	104,2
11	2000-2001	24/12/2000	98,4
12	1987-1988	10/10/1987	95,8
13	1968-1969	03/11/1968	93,1
14	1998-1999	08/10/1998	90,2
15	1996-1997	22/09/1996	89,8
16	1992-1993	06/10/1992	89
17	1997-1998	19/12/1997	89
18	1993-1994	07/10/1993	87,4
19	1978-1979	19/03/1979	85
20	1991-1992	29/09/1991	84,8
21	1965-1966	20/06/1966	80,6
22	1999-2000	19/09/1999	77,4
23	2000-2001	05/11/2000	76,8
24	1968-1969	14/09/1968	76,3
25	2000-2001	23/11/2000	76,2
26	1990-1991	16/10/1990	75,6
27	1974-1975	28/09/1974	75,3
28	1993-1994	10/01/1994	73,4
29	1990-1991	08/12/1990	73,2
30	1993-1994	05/10/1993	70,2
31	2000-2001	15/10/2000	68,6
32	1966-1967	03/11/1966	66,6
33	1977-1978	25/02/1978	66,1
34	1970-1971	13/11/1970	65,7
35	1966-1967	29/09/1966	65,1
36	1979-1980	12/10/1979	63,2
37	1984-1985	03/10/1984	62,8
38	2000-2001	11/10/2000	62,8
39	2000-2001	13/11/2000	62,2
40	1988-1989	01/12/1988	62
41	1979-1980	20/09/1979	61,8
42	1966-1967	15/10/1966	61,4
43	1968-1969	13/03/1969	61,4
44	1968-1969	16/11/1968	61,3
45	1971-1972	19/02/1972	61,1
46	1983-1984	22/05/1984	60,6
47	1977-1978	12/01/1978	60,2
48	1976-1977	20/02/1977	60
49	1967-1968	23/08/1968	59
50	1982-1983	18/06/1983	59

	A	B	C	D	E	F	X	Y	Z
1	Ajustement à une loi de Poisson								
2	Nombre de dates rencontrées = 23								
3	Nombre de dates possibles = 36								
4	Moyenne =	1,17	art-type théo. =	1,08	Ecart-type exp. =	1,32			
5									
6									
7	Dates rencontrées	Dates rencontrées	Effectif	Effectif	Nb. exp.	Nb. théo.			
8	1973-1974			0	13	11,21			
9	1987-1988			1	12	13,08			
10	1998-1999			2	7	7,63			
11	1999-2000			3	2	2,97			
12	1992-1993			4	1	0,87			
13	2000-2001			5	0	0,20			
14	1987-1988			6	1	0,04			
15	1968-1969								
16	1998-1999								
17	1996-1997								
18	1992-1993								
19	1997-1998								
20	1993-1994								
21	1978-1979								
22	1991-1992								
23	1965-1966								
24	1999-2000								
25	2000-2001								
26	1968-1969								
27	2000-2001								
28	1990-1991	1965-1966	1						
29	1974-1975	1966-1967	3						
30	1993-1994	1968-1969	4						
31	1990-1991	1970-1971	1						
32	1993-1994	1971-1972	1						
33	2000-2001	1973-1974	1						
34	1966-1967	1974-1975	1						
35	1977-1978	1977-1978	2						
36	1970-1971	1978-1979	1						
37	1966-1967	1979-1980	2						
38	1979-1980	1983-1984	1						
39	1984-1985	1984-1985	1						
40	2000-2001	1987-1988	2						
41	2000-2001	1988-1989	1						
42	1988-1989	1990-1991	2						
43	1979-1980	1991-1992	1						
44	1966-1967	1992-1993	2						
45	1968-1969	1993-1994	3						
46	1968-1969	1996-1997	1						
47	1971-1972	1997-1998	1						
48	1983-1984	1998-1999	2						
49	1977-1978	1999-2000	2						
50		2000-2001	6						



III.9.3 Compléments techniques

Dans la feuille de résultats Tab Poisson, on retrouve en colonne A l'échantillon des années hydrologiques, dans les colonnes B et C on retrouve pour chaque année où il y a eu au moins un dépassement, le nombre de dépassement. Par exemple il y a eu 1 pluie supérieure à 60mm en 1965-1966, 3 pluies en 1966-1967 et 4 pluies en 1968-1969...

Le seul paramètre de la loi de Poisson est le nombre moyen de dépassement (avec 42 pluies en 46 ans, on a $\mu = \frac{42}{36} = 1.17$ indiqué en cellule B4). Si la distribution du nombre d'occurrence suit bien

une loi de Poisson, on démontre que la moyenne μ est lié à l'écart-type σ par la relation : $\sigma = \sqrt{\mu}$

Donc on devrait avoir un écart-type théorique de $1.08 = \sqrt{1.17}$. On constate que l'écart-type expérimental est un peu plus fort avec $\sigma=1.32$. Sur le graphique joint on a reporté les nombres théoriques et expérimentaux des différentes occurrences. Ce graphique permet de se faire une idée subjective de la qualité de l'ajustement.